

基于 LSTSVR 的路基沉降组合预测模型

周永阳, 张锐, 张恒煜, 丁鹏

(哈尔滨理工大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 鉴于路基沉降各种单相预测模型均有其适用范围, 总体预测波动性较大, 精度较低, 提出基于最小二乘双支持向量回归机(LSTSVR, least square twin support vector regression) 的路基沉降组合预测模型。该模型的核心是根据路基沉降的发展规律及其沉降曲线的特点, 选择具有 S 型特点的成长曲线特征的单相预测模型; 以各单项预测模型预测结果作为最小二乘双支持向量回归机的输入向量, 构建路基沉降组合预测模型。对比试验表明: 提出方法具有更好的预测精度和稳定性。

关键词: 路基沉降预测; 组合预测; 最小二乘双支持向量回归机

DOI: 10.15938/j.jhust.2017.06.012

中图分类号: TU432 文献标志码: A 文章编号: 1007-2683(2017)06-0062-05

Combined Forecasting Model of Subgrade Settlement Based on LSTSVR

ZHOU Yong-yang, ZHANG Rui, ZHANG Heng-yu, DING Peng

(School of Automation, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: Due to the normal forecasting methods for subgrade settlement using observation data have different applications, and the predicting results has bigger volatility and lower accuracy. The Combined forecasting model of subgrade settlement based on Least Square Twin Support Vector Regression (LSTSVR) is proposed in this paper. Its core is that the growth curves with the S-type characteristics are treated as single forecasting model according to the basic settlement law of subgrade and characteristics of settlement curve. Considering prediction results of each individual model as the least square support vector regression model input and the combined forecasting model of subgrade settlement is constructed. The result of engineering practice shows that the proposed method has better prediction accuracy and stability.

Keywords: subgrade settlement prediction; combination forecast model; least square twin support regression

0 引言

路基沉降的发展具有复杂性, 复杂性表现在沉降具有非线性、非平稳性, 且含有众多不确定的信

息, 要实现准确的路基沉降预测非常困难。路基沉降观测数据包含了影响路基沉降的综合信息, 基于观测数据建立沉降预测模型是路基沉降预测的主要方法, 主要包括经验公式法、系统分析和控制理论法^[1-3] (如灰色系统法和神经网络法等)。但每一

收稿日期: 2017-07-05

基金项目: 黑龙江省自然科学基金(E2015062)。

作者简介: 周永阳(1989—), 男, 硕士研究生;

张恒煜(1990—), 男, 硕士研究生。

通信作者: 张锐(1970—), 女, 博士, 教授, E-mail: zr_gh@sina.com。

种方法都有其不足,导致预测精度较差。经验公式法假定的数学模型,都过于简单,掩盖了路基沉降发展的复杂的本质规律。同时,应用传统确定性方法确定模型参数精度较差,使预测结果带有较大误差。灰色系统法常用的 $G(1,1)$ 模型的灰色微分方程为一阶,没有考虑次固结。同时,模型参数由于地质条件、环境因素的影响,随着时间在变化,而模型的参数固定不变,导致预测误差,甚至无法预测;神经网络法的外插特性较差,且结构很难确定,影响了神经网络的应用。总之,各种预测模型都有其各自的优点和各自的适用范围,也都存在着一定的不足^[4-5]。

组合预测为充分利用各单相预测模型的优势,克服其不足,进一步提高预测精度,降低预测风险提供了新途径^[6-7]。组合预测方法通过综合考虑各单项预测模型的特点,将不同单相预测模型进行组合,使得预测结果能够充分利用从各种单相预测模型中获得的信息,具有很强的适应性和较好的稳定性。由于组合预测的良好特性,在路基沉降预测领域也得到了广泛的应用^[8-10]。文中将组合预测思想应用到路基沉降预测中,构建基于最小二乘双支持向量回归机的路基沉降组合预测模型(least square twin support vector regression, LSTSVR)^[11-12]。其基本思想是根据路基沉降发展规律及其沉降曲线特点,将 Usher、Logistics、Gompertz 等 S 型单相预测模型引入到组合预测,并计算相应的预测结果;再以各单项模型预测结果作为最小二乘双支持向量回归机的输入向量,进而建立基于最小二乘双支持向量回归机的路基沉降组合预测模型^[13-14]。仿真实验表明:提出的基于最小二乘双支持向量回归机的路基沉降组合预测模型比单项预测模型更好的预测精度和稳定性,具有实际意义^[15-16]。

1 最小二乘双支持回归机

1.1 线性回归

考虑线性回归,最小二乘双支持回归机的原始优化问题为^[17-18]:

$$\min \frac{1}{2} (Y - (Xw_1 + eb_1))^T (Y - (Xw_1 + eb_1)) + \frac{C_1}{2} \xi^T \xi$$

$$\text{s. t. } Y - (Xw_1 + eb_1) = -e\varepsilon_1 - \xi \quad (1)$$

$$\min \frac{1}{2} (Y - (Xw_2 + eb_2))^T (Y - (Xw_2 + eb_2)) + \frac{C_2}{2} \eta^T \eta$$

$$\text{s. t. } Y - (Xw_2 + eb_2) = -e\varepsilon_2 - \eta \quad (2)$$

式中: $C_1 > 0$ 、 $C_2 > 0$ 为惩罚参数, $\varepsilon_1 > 0$ 、 $\varepsilon_2 > 0$ 为 ε

不敏感损失函数的参数; ξ 、 η 为松弛因子。最小二乘双支持向量回归机的目的是找到两个函数 $f_1(x) = w_1^T x + b_1$ 和 $f_2(x) = w_2^T x + b_2$ 来构造最终的回归函数。首先,在问题(1)的目标函数中,第一项表示极小化样本点到超平面 $f_1(x) = 0$ 的距离,第二项是极小化误差。应当指出,由于误差项是平方项,松弛因子 ξ 和 η 不需要限定非负。约束条件表示让样本点尽量地围绕在超平面 $f_1(x) = 0$ 的 ε_1 不敏感下界超平面,即 $f_1(x) - \varepsilon_1 = 0$ 的周围。直观的几何解释如图1所示。两个超平面 $f_1(x) = 0$ 和 $f_1(x) - \varepsilon_1 = 0$ 之间的带类似于标准支持向量回归机的半 ε_1 带。对与问题(2)有类似的解释,只是超平面 $f_2(x) = 0$ 决定了 ε_2 不敏感上界超平面,两个超平面 $f_2(x) = 0$ 和 $f_2(x) - \varepsilon_2 = 0$ 之间的带类似于标准支持向量回归机的半 ε_2 带。

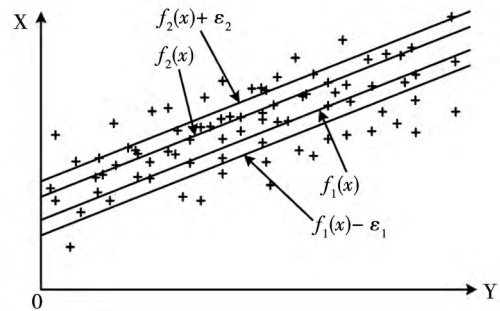


图1 最小二乘双支持向量回归机几何解释

为了求解问题(1),可将约束条件代入目标函数得到如下拉格朗日函数:

$$L = \frac{1}{2} \|Y - (Xw_1 + eb_1)\|^2 + \frac{C_1}{2} \| (Xw_1 + eb_1) - Y - e\varepsilon_1 \|^2 \quad (3)$$

分别对 w_1 和 b_1 分别求偏导,得到:

$$\frac{\partial L}{\partial w_1} = -X^T (Y - (Xw_1 + eb_1)) + C_1 X^T ((Xw_1 + eb_1) - Y - e\varepsilon_1) \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_1} = -e^T (Y - (Xw_1 + eb_1)) + C_1 e^T ((Xw_1 + eb_1) - Y - e\varepsilon_1) \quad (5)$$

分别令式(4)、式(5)等于零,并联立构成矩阵形式的方程为:

$$\begin{bmatrix} X^T X + C_1 X^T X & X^T e + C_1 X^T e \\ e^T X + C_1 e^T X & e^T e + C_1 e^T e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^T + C_1 X^T & C_1 X^T e \\ e^T + C_1 e^T & C_1 e^T e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

整理后可得到如下形式的解:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = (1 + C_1)(G^T G)^{-1} G^T [(1 + C_1)Y + C_1 \varepsilon_1 e] \quad (7)$$

式中, $G = [X, e]$ 。同理, 可以考虑式(2), 可得到解为:

$$\begin{bmatrix} w_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = (1 + C_2)(G^T G)^{-1} G^T [(1 + C_2)Y + C_2 \varepsilon_2 e] \quad (8)$$

根据式(7)、(8)得到上界和下界回归函数, 最终的回归函数为:

$$f(x) = \frac{1}{2}(f_1(x) + f_2(x)) = \frac{1}{2}(w_1 + w_2)^T x + \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \quad (9)$$

1.2 非线性回归

根据线性最小二乘双支持向量回归机的思想, 下面考虑非线性最小二乘双支持向量回归机, 其任务是求解如下两个非线性超平面, 即 $f_1(x) = u_1^T K(X, x) + \gamma_1$ 和 $f_2(x) = u_2^T K(X, x) + \gamma_2$, 其中, $K(X, x)$ 为核函数, 为了得到这两个超平面, 建立如下两个优化问题^[19-22]:

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2}(Y - (K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1))^T (Y - (K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1)) + \frac{C_1}{2}\xi^T \xi \\ \text{s. t. } & Y - (Y - (K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1)) = -e\varepsilon_1 - \xi \\ & (10) \\ \min & \frac{1}{2}(Y - (K(X, X^T)u_2 + e\gamma_2))^T (Y - (K(X, X^T)u_2 + e\gamma_2)) + \frac{C_2}{2}\eta^T \eta \\ \text{s. t. } & Y - (K(X, X^T)u_2 + e\gamma_2) = -e\varepsilon_2 - \eta \\ & (11) \end{aligned}$$

式中, $C_1 > 0$ 、 $C_2 > 0$ 为惩罚参数, $\varepsilon_1 > 0$ 、 $\varepsilon_2 > 0$ 为 ε 不敏感损失函数的参数, ξ 、 η 为松弛因子。

为了求解问题(10), 可将约束条件代入目标函数得到如下拉格朗日函数:

$$L = \frac{1}{2} \|Y - (K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1)\|^2 + \frac{C_1}{2} \| (K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1) - Y - e\varepsilon_1 \|^2 \quad (12)$$

分别对 u_1 和 γ_1 分别求偏导, 得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial u_1} &= -K(X, X^T)(Y - (K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1)) + \\ & C_1 K(X, X^T)^T ((K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1) - Y - e\varepsilon_1) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial b_1} &= -e^T (Y - (K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1)) + \\ & C_1 e^T ((K(X, X^T)u_1 + e\gamma_1) - Y - e\varepsilon_1) \end{aligned} \quad (14)$$

分别令式(13)、(14)等于零, 并联立构成矩阵形式的方程为:

$$\begin{bmatrix} K^T K + C_1 K^T K & K^T e + C_1 K^T e \\ e^T K + C_1 e^T K & e^T e + C_1 e^T e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^T + C_1 K^T & C_1 K^T e \\ e^T + C_1 e^T & C_1 e^T e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中, $H = K(X, X^T)$ 为核矩阵。

整理后可得到如下形式的解:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \gamma_1 \end{bmatrix} = (1 + C_1)(H^T H)^{-1} H^T [(1 + C_1)Y + C_1 \varepsilon_1 e] \quad (16)$$

式中, $H = [K(X, X^T), e]$ 。同理,

可以考虑式(11), 可得到解为:

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} = (1 + C_2)(H^T H)^{-1} H^T [(1 + C_2)Y + C_2 \varepsilon_2 e] \quad (17)$$

根据式(16)、式(17)可得到上界和下界回归函数, 由这两个回归函数的平均值来构造最终的回归函数:

$$f(x) = \frac{1}{2}(f_1(x) + f_2(x)) = \frac{1}{2}(u_1 + u_2)^T K(X, x) + \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) \quad (18)$$

由上面推导过程看出, 对于非线性回归, 只需要引入核函数就可以得到问题的解, 非线性回归与线性回归的不同是所求解的线性方程组不同, 即非线性回归需要求解线性方程组式(16)和式(17)。

2 基于 LSTSVR 的路基沉降组合预测模型

2.1 单项预测模型的选取

理论证明: 在线性加载过程中, 路基沉降发展过程呈“S”型曲线, 具有“S”型曲线特征的模型能够很好的反映路基沉降和时间的关系, 为此, 单相预测模型选择为 Usher 模型、Gompertz 模型和 Logistics 模

型,各模型表达式为:

Usher 模型

$$S(t) = \frac{k}{(1 + ae^{-bt})^{\frac{1}{c}}} \tag{19}$$

式中, $S(t)$ 为时刻 t 对应的沉降量; k 、 a 、 b 、 c 为待估计参数。

Gompertz 模型

$$S(t) = ke^{-ae^{-bt}} \tag{20}$$

式中, $S(t)$ 为时刻 t 对应的沉降量; k 、 a 、 b 为待估计参数。

Logistic 模型

$$S(t) = \frac{k}{1 + ae^{-bt}} \tag{21}$$

式中, $S(t)$ 为时刻 t 对应的沉降量; k 、 a 、 b 为待估计参数。

2.2 组合预测模型基本结构

组合预测模型由 LSTSVR、3 个独立的 Logistics 预测模型、Usher 模型和 Gompertz 模型构成。基本思想是对每一个点计算独立预测模型预测值,并且将其当作 LSTSVR 输入向量的一部分,而相应点的观测值当作 LSTSVR 向量的输出。通过训练和优化 LSTSVR,完成了组合预测模型的构建。计算每一个预测模型相应点的预测值,应用构建的组合预测模型计算且得出最终预测值。组合预测模型的基本结构如图 2 所示。

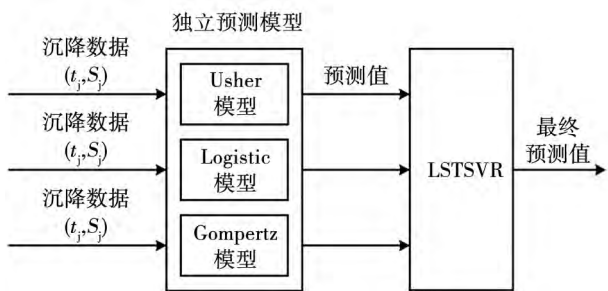


图 2 基于 LSTSVR 组合预测模型的基本结构

3 基于 LSTSVR 的工程应用

文中选择宁—杭公路路基 NH 标 K095 + 520 段观测点,依据工程中 30 天至 80 天(2001 - 08 - 09 ~ 2002 - 12 - 14) 共 15 组沉降观测数据为研究对象,分别利用 Usher、Logistic、Gompertz 和组合预测模型进行建模预测,其中前 11 个数据用于建模,后 4 个数据用于测试。

Usher、Logistic 和 Gompertz 模型参数估计值,见

表 1。各单项预测模型和组合预测模型预测结果和相对误差,见表 2、表 3。各单相预测模型和组合预测模型预测结果对比,如图 3 所示,相对误差对比,如图 4 所示。

表 1 模型参数估计值

模型	参数估计			
	a	b	c	d
Usher	5.559 0	-3.906 7	5.629 2	-5.218 7
Logistic	6.158 3	-4.732 3	6.205 1	-5.529 3
Gompertz	6.303 9	3.904 7	6.346 5	3.254 9

表 2 预测结果比较

No.	测量值/ cm	Usher 模型		Logistics 模型	
		预测值/	相对误差/	预测值/	相对误差/
		cm	%	cm	%
1	5.35	5.559 0	-3.906 7	5.629 2	-5.218 7
2	5.88	6.158 3	-4.732 3	6.205 1	-5.529 3
3	6.56	6.303 9	3.904 7	6.346 5	3.254 9
4	7.48	6.999 2	6.428 2	7.028 2	6.001 2
5	7.82	7.630 6	2.422 1	7.654 0	2.122 9
6	8.05	7.975 4	0.927 1	7.996 8	0.661 4
7	8.38	8.190 5	2.260 8	8.210 5	2.022 7
8	8.59	8.677 2	-1.015 6	8.691 5	-1.182 1
9	8.84	9.093 2	-2.864 3	9.097 3	-2.910 3
10	9.01	9.240 9	-2.562 9	9.239 4	-2.546 4
11	9.18	9.443 8	-2.873 5	9.432 4	-2.749 9
12	9.81	9.735 9	0.755 4	9.704 6	1.074 4
13	10.04	9.977 0	0.627 4	9.922 5	1.169 9
14	10.06	10.019 8	0.399 9	9.960 4	0.989 9
15	10.11	10.174 5	-0.638 2	10.095 1	0.147 2

表 3 预测结果比较

No.	测量值/ cm	Gompertz 模型		组合预测模型	
		预测值/	相对误差/	预测值/	相对误差/
		cm	%	cm	%
1	5.35	5.687 8	-6.313 9	5.401 2	-0.957 0
2	5.88	6.221 8	-5.812 4	5.783 4	1.642 8
3	6.56	6.351 8	3.173 6	6.534 5	0.388 7
4	7.48	6.978 0	6.711 9	7.554 8	-1.000 0
5	7.82	7.559 5	3.3331 2	7.740 8	1.012 7
6	8.05	7.885 4	2.045 2	8.031 0	0.236 0
7	8.38	8.092 7	3.428 2	8.460 5	-0.960 6
8	8.59	8.576 3	0.159 9	8.576 9	0.152 5
9	8.84	9.010 7	-1.930 9	8.818 9	0.238 6
10	9.01	9.171 1	-1.788 0	9.068 9	-0.653 7
11	9.18	9.397 9	-2.373 5	9.229 9	-0.543 5
12	9.81	9.740 7	0.706 9	9.771 2	0.395 5
13	10.04	10.042 3	-0.023 4	9.998 9	0.409 3
14	10.06	10.098 1	-0.378 4	10.100 9	-0.406 5
15	10.11	10.306 6	-1.944 3	10.137 8	-0.274 9

由表2、表3数据,可以看出,组合预测模型建模的相对误差最大值为1.6428%,优于Usher模型的6.4282%、Logistics模型的6.0012%以及Gompertz模型的6.7119%;组合预测模型预测的相对误差最大值为0.4093%,而Usher模型为0.7554%、Logistic模型为1.0744以及Gompertz模型为1.9443%,可见,组合预测模型的预测精度均高于各单项预测模型。

由图3描述的各模型描述的沉降发展曲线,可以看出,组合预测模型无论在建模期间还是预测期间都能很好的反映沉降曲线发展的特征,反映沉降发展的规律,而各单项预测模型只是在有些时段具有较好的性能;由图4描述的各模型的误差曲线,可以看出,在建模初期,单项预测模型的相对误差出现较大的波动,在预测期,误差也较大,而组合预测模型预测结果的相对误差比较稳定,降低了预测风险。

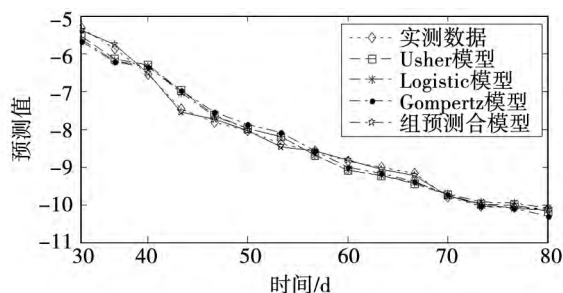


图3 4种预测模型的预测效果

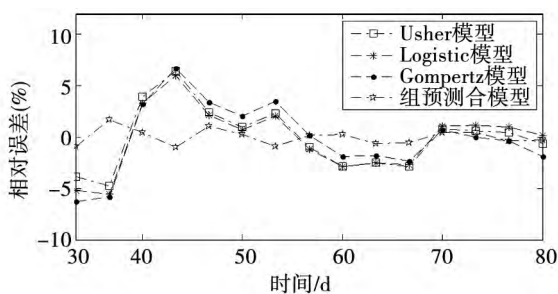


图4 4种预测模型的相对误差

4 结 论

根据路基沉降的发展规律及其沉降曲线的特点,选择具有S型特点的成长曲线作为单相预测模型,利用最小二乘双支持向量回归机基于各单相预测模型的预测结果构建组合预测模型,为路基沉降预测提供了一个有效的工具。工程实例表明:提出路基沉降组合预测模型的有效性,应用构建的组合预测模型可以提高路基沉降的预测精度,降低预测

风险,具有一定的实用价值。今后的研究工作主要集中在验证基于最小二乘双支持向量机组合预测方法对路基工程不同工况下沉降预测的适应性,稳定性,并进一步扩展提出方法在路基工程领域以及其他相关领域的应用范围。

参 考 文 献:

- [1] 赵明华,龙照,邹新军. 路基沉降预测的Usher模型应用研究[J]. 岩土力学,2008,29(11):2973-2976.
- [2] 刘军,杨志军,韩俊青,等. 几种软土路基沉降预测方法的对比研究[J]. 测绘工程,2016,25(2):52-56.
- [3] 赵萌. 高速铁路沉降预测方法分析研究[J]. 铁道勘察,2016(5):68-74.
- [4] 陈君朝. 高速公路路基沉降预测方法分析[J]. 公路交通科技,2015(1):1-3.
- [5] 蒋传进. 组合预测中的预测精度与预测风险分析[J]. 统计与决策,2015,23(3):78-80.
- [6] 刘军,孙江浩,甄龙,等. 组合模型在高铁软土路基沉降预测中的应用[J]. 地理空间信息,2016,14(8):93-95.
- [7] 黄惠峰,张献州. 高速铁路沉降变形的组合预测方法[J]. 测绘工程,2014,23(9):48-51.
- [8] 徐彬,许明明,曾浩中. 路基沉降趋势的组合预测方法研究[J]. 路基工程,2016(2):1-4.
- [9] 贺得荣. 基于组合预测模型对公路沥青路面使用性能预测的研究[J]. 公路工程,2015,40(6):264-270.
- [10] 高红,文鸿雁,胡纪元,等. 基于LS-SVM的灰色补偿RBF神经网络组合预测模型在建筑物沉降分析中的应用[J]. 大地测量与地球动力学,2016,36(1):66-68.
- [11] ARUN K M, GOPAL M. Least Squares Twin Support Vector Machines for Pattern Classification[J]. Expert Systems with Applications, 2009,4(36):7535-7543.
- [12] 胡根生,陈长春,张学敏,等. LS-WTSVM的遥感多光谱影像云检测[J]. 安徽大学学报,2014,38(1):48-55.
- [13] 卢振兴,杨志霞,高新豫. 最小二乘双支持向量回归机[J]. 计算机工程与应用,2014,50(23):140-144.
- [14] 穆晓霞,李钧涛,陈留院. 基于加权最小二乘双支持向量机的焊噪声分类[J]. 计算机仿真,2014,31(5):288-292.
- [15] 储茂祥,王安娜,巩荣芬. 一种改进的最小二乘孪生支持向量机分类算法[J]. 电子学报,2014,42(5):998-1003.
- [16] 王立国,路婷婷,宛宇美. LSTWVM的样本缩减与空间信息融合方法[J]. 光电子·激光,2015,26(4):764-770.
- [17] 杨海涛,肖军,王佩瑶,等. 基于参数间隔孪生支持向量机的增量学习算法[J]. 信息与控制,2016,45(4):432-436.
- [18] 王方红,黄文彪. 孪生支持向量机的特则会跟你选择研究[J]. 浙江工业大学学报,2016,44(2):146-149.
- [19] YANG L X, YANG S Y, ZHANG R, et al. Sparse Least Square Support Vector Machine Via Coupled Compressive Pruning[J]. Neuro Computing, 2014,344(6191):1492-1496.
- [20] 周学君,唐轶. 基于最小二乘支持向量机的非饱和土的有效应力参数预测方法[J]. 统计与控制,2016(18):28-32.

(编辑:王 萍)